En este artículo se hacen los cálculos de los coeficientes de reflexión y transmisión, para un medio con una fractura horizontal. El medio se divide en dos medios TI, uno superior y otro inferior, separados por la fractura.

Las condiciones de borde para una onda incidente, en la fractura son:

$$\begin{aligned} \kappa_x [u_x] + \eta_x [v_x] =& \quad \sigma_{xz}, \\ \kappa_z [u_z] + \eta_z [v_z] =& \quad \sigma_{zz}, \\ [\sigma_{xz}] =& \quad 0, \\ [\sigma_{zz}] =& \quad 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Los [], indican la discontinuidad del desplazamiento y la velocidad, $[\phi] = \phi_2 - \phi_1$. La fractura se asume como una capa de espesor cero.

Para el cálculo de los coeficientes, con la solución de onda plana, se siguen los siguientes pasos:

1. Se calcula el horizontal slowness s_x a partir del ángulo de incidencia con la ecuación:
$$s_x = \frac{sin\theta}{v(\theta)} \tag{2}$$

2. Calcular s_{zP_1}, s_{zS_1}, s_{zP_2} y s_{zS_2} desde la ecuación:
$$s_z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{K_1 \mp pv\sqrt{K_1^2 - 4K_2K_3}} \tag{3}$$
donde
$$K_1 = \rho \left(\frac{1}{c_{55}} + \frac{1}{c_{33}} \right) + \frac{1}{c_{55}} \left[\frac{c_{13}}{c_{33}} (c_{13} + 2c_{55}) - c_{11} \right] s_x^2$$
$$K_2 = \frac{1}{c_{33}} \left(c_{11} s_x^2 - \rho \right), \quad K_3 = s_x^2 2 - \frac{\rho}{c_{55}}$$

3. Calcular β_{P_1}, β_{S_1},β_{P_2}, β_{S_2}, ξ_{P_1}, ξ_{S_1},ξ_{P_2} y ξ_{S_2} con la ecuación:
$$\begin{aligned} \beta =& \quad pv\sqrt{\frac{c_{55}s_x^2 + c_{33}s_z^2 - \rho}{c_{11}s_x^2 + c_{33}s_z^2 + c_{55}\left(s_x^2 + s_z^2\right) - 2\rho}}, \\ \xi =& \quad \pm pv\sqrt{\frac{c_{11}s_x^2 + c_{55}s_z^2 - \rho}{c_{11}s_x^2 + c_{33}s_z^2 + c_{55}\left(s_x^2 + s_z^2\right) - 2\rho}} \end{aligned} \tag{4}$$

4. Calcular W_{P_1}, W_{S_1}, W_{P_2}, W_{S_2}, Z_{P_1}, Z_{S_1}, Z_{P_2} y Z_{S_2} de las ecuaciones:
$$\begin{aligned} Z =& \quad -i\omega U_0 \left(\beta c_{13} s_x + \xi c_{33} s_z \right), \\ W =& \quad -i\omega U_0 c_{55} \left(\xi s_x + \beta s_z \right) \end{aligned} \tag{5}$$

5. Calcular los coeficientes de transmisión y reflexión, resolviendo el sistema:
Las condiciones de borde quedan:
$$[u_x] = c_x\sigma_{xz}, \quad [u_z] = c_z\sigma_{zz}, \quad [\sigma_{xz}] = 0, \quad [\sigma_{zz}] = 0 \tag{6}$$

y

$$c_i = \frac{1}{\kappa_i + i\omega\eta_i}, \quad i = 1(x), 3(z) \tag{7}$$

El sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{bmatrix} \beta_{P_1} - c_x W_{P_1} & \beta_{S_1} - c_x W_{S_1} & -\beta_{P_2} & -\beta_{S_2} \\ \xi_{P_1} - c_z Z_{P_1} & \xi_{S_1} - c_z Z_{S_1} & -\xi_{P_2} & -\xi_{S_2} \\ Z_{P_1} & Z_{S_1} & -Z_{P_2} & -Z_{S_2} \\ W_{P_1} & W_{S_1} & W_{P_2} & W_{S_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{PP} \\ R_{PS} \\ T_{PP} \\ T_{PS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_{P_1} - c_x W_{P_1} \\ \xi_{P_1} + c_z Z_{P_1} \\ -Z_{P_1} \\ W_{P_1} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Los subindices 1 y 2 indican el medio superior e inferior a la fractura, respectivamente. La variable pv, indica el valor principal