

再版序言

此书的初版序言写于 1984 年, 回首 30 年. 那年暑假, 由陈省身先生召集我们五人 —— 项武义、伍鸿熙、肖荫堂、Morgan 和我举办首届暑期数学讲学. 事后, 丁石孙校长约我, 把讲稿写成书. 我遵嘱写完. 后来本书由北京大学出版社出版. 丁校长知会我, 润笔资 1 万元. 我辞谢不受. 于是北京大学出版社将此 1 万元挂了帐. 几个月后, 武义成立“苏步青数学教育奖”, 奖助中学数学老师, 向我募捐. 我心窃善之, 当即写纸条: 请项武义先生凭此条向北京大学出版社, 取用 1 万元. 多年后, 该书已经绝版, 盗版充斥. 后来, 高等教育出版社的王丽萍女士约我出本书的再版. 我同意了.

我衷心希望此书再版以后, 能再用 30 年以上, 后事如何, 只能付之天意了. 因此, 我尽心修改.

此书再版有三大可看之处: (1) 述古. 我适当加入了一些前人的结果 —— 例如 Euler 的空间旋转轴定理, Sylvester 惯性定理, 等等. (2) 编新. 近 10 年来, google 及百度的“搜索引擎”大行于世. 其实, 它们都是 Perron-Frobenius 定理的应用. 本版修定, 列入附录. (3) 全书细改, 及加入更多的习题.

过去 30 年, 中国年轻的数学家们, 才俊辈出, 光彩夺目. 希望未来的 30 年, 中国的数学界能修成正果. 是所祈也.

莫宗坚
2014 年 5 月

初版序言 —— 献给中国的青年人

这本书是根据我在美国的明尼苏达大学及普度大学的讲义编写而成的。当时讲授的对象是一、二年级的研究生。为了便于课堂讲授及读者自习，我在编写过程中，力求本书能够易于了解、联系各方。我的目标是：

一、抽象与具体结合，理论与应用结合。目前的代数学书，常常单线地朝抽象方向发展，使读者——甚至一些数学家们——觉得代数学是抽象概念的游戏。即使代数学能联系实际、解决问题，那也如一些半真半假的电影片的片头语，“如与实际相符，也纯属偶然”。此书是要力矫此弊，希望能通过例题、解说等，阐明代数学与代数几何、代数数论、物理、密码学等的联系。

各科数学都是人类探索知识、解决问题的钥匙。一般的钥匙只有小部分起开锁的作用，其余部分是防止它开别的锁，这是一般的钥匙的“有害部分”。如果把这些“有害部分”完全取消，就成了百灵钥匙了。我想说明，代数学正是这样的百灵钥匙。

二、理论的整合与统一。各种数学理论的平行发展，到了代数学中，取得了整合与统一。例如，在第四章中，我们统一了“有限生成的交换群的基本定理”及“矩阵的若尔当标准式”；在第五章中，我们整合了“几何作图”及“解方程式”；在第八章中，我们用“Dedekind 整环”统一了“代数数论”及“仿射曲线论”的讨论，等等。

在这些理论的整合与统一中，我们希望能体现数学的内在规律美。但愿读者们能欣赏数学的“宗庙之美、百官之富”。

对于以上的目标，我自觉做得不够。向前看中国的未来，物质的建设可以速成，精神的建设需要长期的积累，所谓“十年树木，百年树人”。数学——人类

精神活动的最高产物 —— 将促进青年人对真与美的追求, 发展对文化的内省力, 因此丰裕了精神文化的生活。

本书在完成过程中, 得到蓝以中及赵春来两位的协助。他们改正了原稿的许多遗落、误失, 与我共同商订了一些名词, 并补充了习题, 以及写了本书上册的附录 (蓝以中)。我们联名出书, 正足以纪念我们的共同工作。

莫宗坚

序于 1984 年 8 月

第三章 多项式	103
§1 域与环	103
§2 多项式环及比域	109
§3 多项式环的唯一分解定理	118
§4 对称式, 结式及判别式	134
§5 理想	148
第四章 线性代数	165
§1 向量空间	165
§2 基及维数	170
§3 线性变换及矩阵	180
§4 模及主理想环上的模	194
§5 若尔当标准式	212
§6 内积及正交坐标	230
§7 谱论	249
第五章 一元多项式的解及域论	263
§1 \mathbb{C} 的代数封闭性	263
§2 代数扩域	268
§3 代数闭包	283
§4 特征数及有限域	287
§5 可离代数扩域	297
§6 伽罗瓦理论	306
§7 用根式解方程式	321
§8 域多项式及判别式	335
§9 超越扩张	340
附录一 自然数的佩亚诺公理系	349
附录二 Perron-Frobenius 定理	353
附录三 Reed-Solomon 自我修正码	363
汉英名词索引	369

下册目录

第六章 环论	1
§1 环的局部化	1
§2 整数扩充	7
§3 零点定理	14
§4 环的谱集	20
§5 理想的分解	29
§6 维数论 (1)	36
§7 分次环及分次模	45
§8 拓扑环	56
§9 维数论 (2)	72
第七章 赋值论	83
§1 定义	83
§2 赋值的存在及扩充	94
§3 实赋值	102
§4 Hensel 引理	109
§5 代数扩充	115
§6 因子类群	129

第八章 Dedekind 整环	143
§1 定义	143
§2 整数扩充	156
§3 判别式及差积	163
§4 分歧论	184
第九章 同调代数	194
§1 复合形	194
§2 同调序列	202
§3 模的化解	211
§4 Ext	222
§5 张量积与 Tor	234
§6 同调维数	245
附录一 代数曲线论简介	252
附录二 快速的有限 Fourier 系列算法	260
汉英名词索引	264
