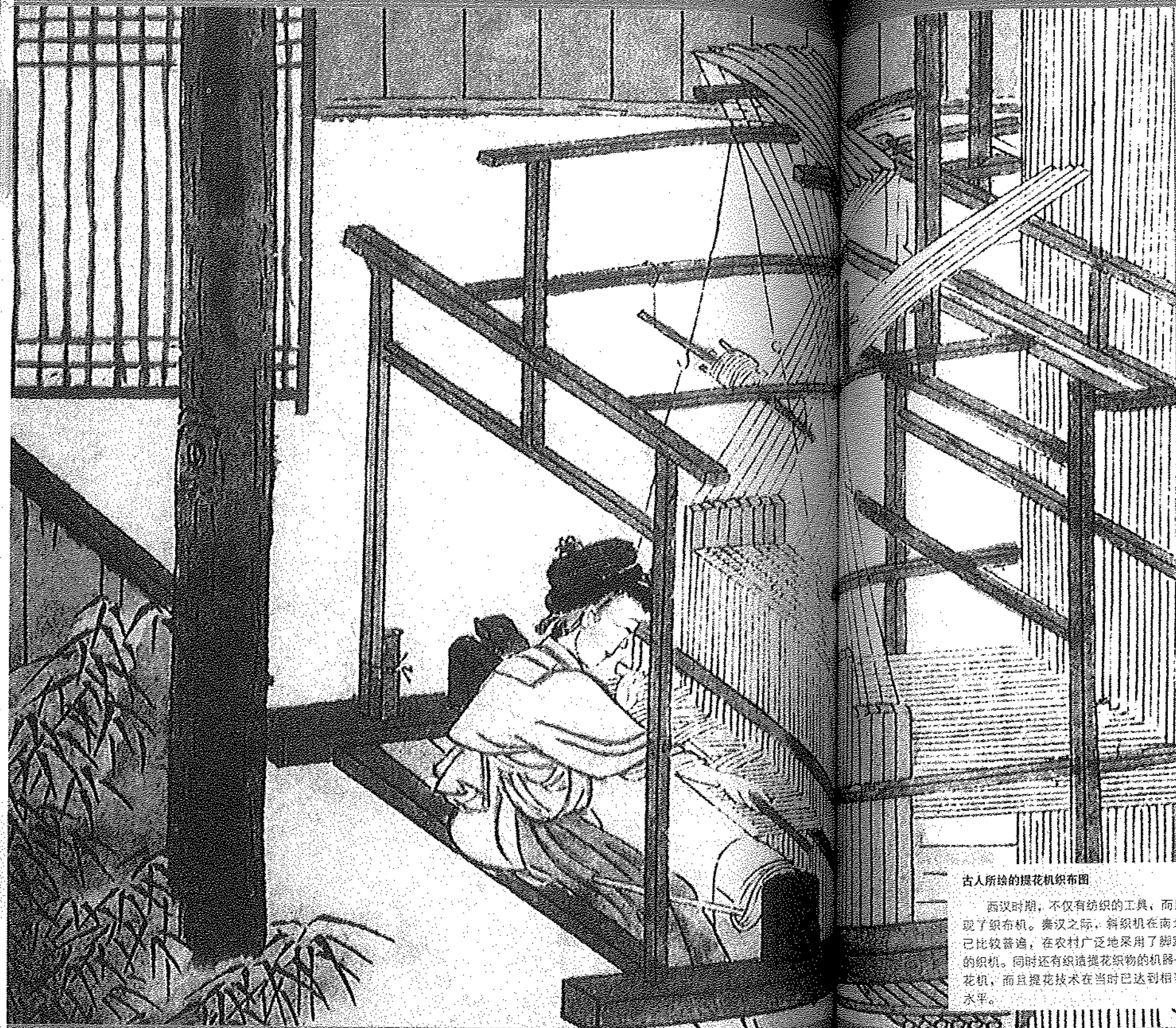




古人所绘的提花机织布图

西汉时期，不仅有纺织的工具，而且还出现了织布机。秦汉之际，斜织机在南北地区已比较普遍，在农村广泛地采用了脚踏提综的织机。同时还有织造提花织物的机器——提花机，而且提花技术在当时已达到相当高的水平。

JUANDI·BA

卷第八 方程

今有上禾二秉，中禾三秉，下禾四秉，实皆不满斗。上取中，中取下，下取上，各一秉而实满斗。问上、中、下禾实一秉各几何？

答曰：上禾一秉实二十五分斗之九，中禾一秉实二十五分斗之七，下禾一秉实二十五分斗。

今有牛五、羊二，直金十两。牛二、羊五，直金八两。问牛羊各直金几何？

答曰：牛一，直金一两、二十一分两之一十三，羊一，直金二十一分两之二十。

为一正一负者，就相加。

原文

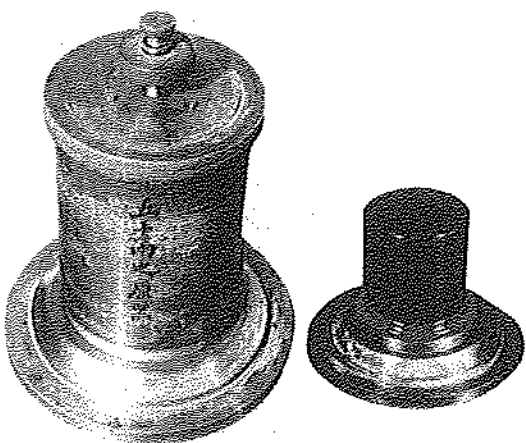
〔一〕今有上禾^{〔1〕}三秉^{〔2〕}，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，实三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，实二十六斗。问上、中、下禾实一秉各几何？

答曰：上禾一秉，九斗四分斗之一，
中禾一秉，四斗四分斗之一，
下禾一秉，二斗四分斗之三。

方程^{〔3〕}术曰：置上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗，于右方。中、左禾列如右方。以右行上禾遍乘中行，而以直除。又乘其次，亦以直除。然以中行中禾不尽者遍乘左行，而以直除。左方下禾不尽者，上为法，下为实。实即下禾之实。求中禾，以法乘中行下实，而除下禾之实。余如上禾秉数而一，即中禾之实。求上禾亦以法乘右行下实，而除下禾、中禾之实。余如上禾秉数而一，即上禾之实。实皆如法，各得一斗。

五十两砝码 清代

此砝码由宣统元年（1909年）国际权衡局制造。砝码为圆柱体，外壁可置于左侧钢罐内。



注释

〔1〕禾：粮食作物的总称。

〔2〕秉：束。

〔3〕方程：中古数学的“方程”相当于现今的增广矩阵，用于解决线性方程组问题。“方”指数据左右并排，其形方正。“程”指考察相关数据构成的比率关系。

译文

〔一〕今有上禾3束、中禾2束、下禾1束，得实39斗；上禾2束，中禾3束，下禾1束，得实34斗；上禾1束，中禾2束，下禾3束，得实26斗。问上、中、下禾每一束得实各是多少？

答：上禾1束得实 $9\frac{1}{4}$ 斗，

中禾1束得实 $4\frac{1}{4}$ 斗，

下禾1束得实 $2\frac{3}{4}$ 斗。

方程算法：将上禾3束，中禾2束，下禾1束，实39斗列在右方。中行、左行像右方那样列置数字。用右行上禾数遍乘中行各数，由所得中行新数减去右行适当倍数，以消去头位数为止。再同样遍乘下一行而用同样的方法，减去右行适当倍数以消去头位。后用中行中禾未减尽之数遍乘左行之数而以左行所得新数减去中行适当倍数以消去左行中禾之数。左行下禾未尽之数，上面的数作除数，下面的数作被除数，这个被除数即为下禾所得之实。求中禾，用左行下禾之数（即“法”）去乘中行下“实”之数而减去左行下禾之“实”数，余数除以中禾之束

数，所得即中禾之实。求上禾也用下禾之数（即“法”）去乘右行下“实”之数而减去下禾、中禾之“实”数。余数除以上禾束数即得上禾之“实”，所得之“实”皆除以“法”，各得所求斗数。

今解

设上禾、中禾、下禾每一束得实各为 x 、 y 、 z 斗，则依据题设条件列方程：

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases}$$

得

$$\begin{cases} x = 9\frac{1}{4} \text{ 斗} \\ y = 4\frac{1}{4} \text{ 斗} \\ z = 2\frac{3}{4} \text{ 斗} \end{cases}$$

术解

术算过程：

〔1〕“置上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉。实三十九斗，于右方，中、左行列如右方”：

		左	中	右
	行	行	行	
头位	上禾	1	2	3
中位	中禾	2	3	2
下位	下禾	3	1	1
	实	26	34	39

〔2〕“以右行上禾遍乘中行”：即以右行上方的3，遍乘中行各项。

	左	中	右
	行	行	行
上禾	1	6	3
中禾	2	9	2
下禾	3	3	1
实	26	102	39

〔3〕“而以直除”：即由中行连续减去右行各对应项的若干倍数，直到中行头位数为0。

	左	中	右
	行	行	行
上禾	1	0	3
中禾	2	5	2
下禾	3	1	1
实	26	24	39

“直除”即连续相减，“直除法”即相减消元法，为我国解方程组最早的方法。

〔4〕“又乘其次，亦以直除”：中行头位消除后，以右行上禾“3”遍乘左行各项，连续减去右行各对应项，消去右行头位。

“又乘其次”：

	左	中	右
	行	行	行
上禾	3	0	3
中禾	6	5	2
下禾	9	1	1
实	78	24	39

“亦以直除”：

	左	中	右
	行	行	行
上禾	0	0	3
中禾	4	5	2
下禾	8	1	1
实	39	24	39

〔5〕“然以中行中禾不尽者遍乘左行而以直除……实即下禾之实”：当消去中行、左行头位后，再以中行中禾数遍乘左行而以直除，消除左行中位，以求“下禾之实”。

以中行中禾数“5”遍乘左行各数：

	左	中	右
	行	行	行
上禾	0	0	3
中禾	20	5	2
下禾	40	1	1
实	195	24	39

	左	中	右
	行	行	行
上禾	0	0	3
中禾	0	5	2
下禾	36	1	1
实	99	24	39

“实即下禾之实”意为：99为下禾36乘之实。

〔6〕“求中禾，以法乘中行下实，而除下禾之实，余如中禾乘数而一，即中禾之实”。

“法”为36，中行下实为24，中禾乘数为5，中禾之实为 $\frac{36 \times 24 - 99}{5} = 253$ 。

〔7〕“求上禾，……即上禾之实”。

“求上禾亦以法乘右行下实，而除下禾、中禾之实”：

$$39 \times 36 - 2 \times 153 - 99 = 999$$

“余如上禾乘数而一，即上禾之实”。

余数为999，右行上禾乘数是3，按术

$$\text{“上禾之实”} \frac{999}{3} = 333.$$

〔8〕“实皆如法，各得一斗”：

下禾、中禾、上禾一束之实各为：99，

$$153, 333, \text{皆以法} 36 \text{除之。} \frac{999}{36} \text{斗} = 2\frac{3}{4}$$

$$\text{斗，} \frac{153}{36} \text{斗} = 4\frac{1}{4} \text{斗，} \frac{333}{36} \text{斗} = 9\frac{1}{4} \text{斗。}$$

原文

〔二〕今有上禾七乘，损实一斗，益之下禾二乘，而实一十斗。下禾八乘，益实一斗与上禾二乘，而实一十斗。问上、下禾实一乘各几何？

答曰：上禾一乘实一斗五十二分斗之一十八，下禾一乘实五十二分斗之四十一。

术曰：如方程。损之曰益，益之曰损。损实一斗者，其实过一十斗也。益实一斗者，其实不满一十斗也。

译文

〔二〕今有上禾7束，减去其中之“实”1斗，加下禾2束，则得实10斗。下禾8

束，加“实”1斗和上禾2束，则得实10斗，问上禾、下禾1束得实多少？

答：上禾1束得实 $1\frac{18}{52}$ 斗，下禾1束得实

$\frac{41}{52}$ 斗。

算法：依“方程术”推算，在列方程折算下实时，凡题设中“损”之数，在下实中当“益”，凡言“益”，在下实中当“换”。“损”实1斗，则它的实超过了10斗。“益”实1斗，则它的实少于10斗。

今解

设上禾1束得实为x斗，下禾1束得实为y斗，则依据题设条件列方程：

$$\begin{cases} (7x - 1) + 2y = 10 \\ (8y + 1) + 2x = 10 \end{cases}$$

$$\text{得} \begin{cases} x = 1\frac{18}{52} \text{斗} \\ y = \frac{41}{52} \text{斗} \end{cases}$$

术解

术算是按“方程术”推算，在列方程筹式时涉及到一个“移项法则”，即移正得负，移负得正，如：

	左	右
	行	行
上禾	2	7
下禾	8	2
实	10-1	10+1

或

$$\begin{cases} (7x - 1) + 2y = 10 \\ (8y + 1) + 2x = 10 \end{cases}$$

移项得：

$$\begin{cases} 7x + 2y = 10 + 1 \text{ (移损得益)} \\ 8y + 2x = 10 - 1 \text{ (移益得损)} \end{cases}$$

原文

〔三〕今有上禾二乘，中禾三乘，下禾四乘，实皆不满斗。上取中，中取下，下取上，各一乘而实满斗。问上、中、下禾实一乘各几何？

答曰：上禾一乘实二十五分斗之九，

中禾一乘实二十五分斗之七，

下禾一乘实二十五分斗之四。

术曰：如方程，各置所取，以正负术入之。

正负术曰：同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之。^{〔1〕}其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。^{〔2〕}

注释

〔1〕同名相除……负无入正之：这是正负数减法法则，所谓“同名”即同为正数或同为负数，“异名”即两数一正一负。“相除”即相减，“相益”即相加。“负无入”，即用负数去减零，“正无入”即用正数去减零。以下用数字表达式来解释文中之意，设 $a > b > 0$ ，则

$$\text{同名相除：} \pm a - (\pm b) = \pm(a - b)$$

$$\text{异名相益：} \pm a + (\mp b) = \pm(a - b)$$